収支の分散とバンクロールマネージメント

「ライブトーナメント編」

2014.10.14 firepoicat

1. 緒言

ポーカーにおいてトーナメントは運の要素が強く、分散も大きい―。しばしば口にされる事実であり、間違ってはいない。問題はどれだけ大きいのか、その程度である。

幸いなことにトーナメントはその性質上、賞金ストラクチャと ROI を与えれば分散を計算するのが比較的容易である。キャッシュゲームと比べ、プレイスタイルなど他の要因が結果に影響を与えることは少ない。

本稿では分散の定量的な試算をもとに、必要なバンクロールについて考察してみよう。

2. 順位の確率分布モデル

あるプレイヤーの順位の確率分布が線形であると仮定する。優勝しやすさを表すパラメータを優勝エッジ α として下記で定義すると、順位 r となる確率 P(r)が求められる。図 1 に確率 P(r)を図示する。

$$P(1) = \frac{1+\alpha}{m} \quad \cdots \text{優勝する確率}$$

$$P(m) = \frac{1-\alpha}{m} \quad \cdots \text{最下位となる確率}$$

$$P(r) = \frac{1}{m}\left(1+\alpha-2\alpha\frac{(r-1)}{(m-1)}\right)$$

α ：優勝エッジ（優勝しやすさの割合）

m ：参加人数

P(r) ：順位rとなる確率

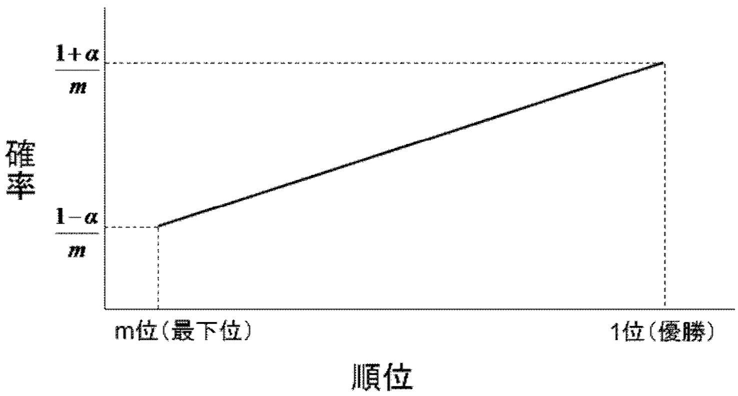

図 1 順位の確率分布の線形モデル

簡単のためトーナメントにおけるプレイヤーの能力は ROI(Return Of Investment)のみで表されるとすれば、ROI および賞金ストラクチャから優勝エッジ α を導くことができる。すなわち、ROI を設定すれば優勝エッジ α は一意に決定され、順位及び賞金の確率密度分布を知ることができる。

なお、実際のトーナメント結果においては ROI の高いプレイヤーの順位分布は線形とはならないことが予想される。賞金期待値を最大化するプレイは、多くの場合チップ期待値を犠牲にするためである。しかしながらモデルの形状がこの後の試算に与える影響は小さいため、本稿の議論においてこの線形モデルは前提条件として充分であると考える。

表 1 に賞金の分散の要因について示す。参加人数が多くなるほど、また賞金ストラクチャが上位偏重になるほど分散は大きくなる。なお、ROI の絶対値が大きくなるほど分散は大きくなるが、その影響は少ないと言ってよい。

表 1　賞金の分散の要因

	分散小　←　←	→　→　分散大
参加人数	少人数	大人数
賞金ストラクチャ	下位まで広い	上位偏重
ROI	影響は少ない	

これらの前提に従い、参加人数 3000 人、500 人、100 人のトーナメントについて標準偏差を算出した結果を表 2 に示す。賞金ストラクチャは 2012-13 WSOP Circuit Nine Handed Payout Percentages に準拠としている（巻末の付表 1 参照）。

また合わせて、ROI 毎の入賞率および連敗確率も示す。連敗確率とは即ち、インマネ無しが連続する確率である。ROI が高ければ当然入賞率が上がることが分かる。一方で、ROI 50%のプレイヤーが 30 連敗することもそれなりにあることがわかる。

表 2 トーナメントでの連敗確率 BI：バイイン

参加人数		3000 人		500 人		100 人	
ROI		50%	25%	50%	25%	50%	25%
標準偏差		13.65 BI	12.45 BI	8.03 BI	7.34 BI	4.75 BI	4.36 BI
入賞率		14.5%	12.2%	15.8%	13.3%	17.7%	14.8%
連敗確率	10 連敗	20.9%	27.2%	17.9%	24.0%	14.3%	20.2%
	20 連敗	4.4%	7.4%	3.2%	5.8%	2.0%	4.1%
	30 連敗	0.9%	2.0%	0.6%	1.4%	0.3%	0.8%

3. 破産リスク（Risk of Ruin）

前節で求めた賞金の平均値、標準偏差から、キャッシュゲームと同様に WL 試行に置き換えることで Risk of Ruin が求められる（巻末の付表 2 参照）。しかしながら賞金分布の性質上、このモデルでは勝率 p が実際の入賞率よりかなり低く設定されることになる。そのため、バンクロールが小さい場合に Risk of Ruin の式にあてはめてしまうと、実際より高い Risk が算出されてしまう。そのため、小さいバンクロールに対しては、前節で示したように単純にインマネ無しの連敗確率を見た方が感覚的に Risk を把握しやすいであろう。ここでは、500 バイインでの Risk of Ruin について表 3 に示すに留める。モンテカルロシミュレーションを用いれば精度の高い Risk of Ruin を算出することができるが、実践上意義が薄いため別の機会での検証としたい。

表 3 トーナメントでの Risk of Ruin

参加人数		3000 人		500 人		100 人	
ROI		50%	25%	50%	25%	50%	25%
Risk of Ruin	500 バイイン	3.7%	15%	0.0%	0.5%	0.0%	0.0%

4. 収支の収束

ライブトーナメントをプレイし続けたとして、どの程度結果が収束するのだろうか。$5,000 のトーナメント(500 人規模)に 500 回出場したとしよう。年間 50 回参加として 10 年間である。その際の収支を表 4 に示す。比較として、$5-10 のキャッシュゲームを 10 年間(24,000 hour)プレイした際の結果も併せて示した。また、本結果をグラフにしたものが図 2、図 3 である。（トーナメントの賞金分布の性質上、少ない試行回数では本来はピークが左寄りのグラフとなるが、簡便のためここでは正規分布として表した）

これらの結果が示すとおり、たかだか 10 年間ほぼ休みなく出場する程度では、トーナメントの結果が収束するとは到底いえない。ROI 50%の能力を持つプレイヤーが 8%程度の確率で負け越すことすらあり得るのだ。

表 4　10 年間での収支分布

	トーナメント $5,000 バイイン　500 人参加 500 回出場		キャッシュゲーム $5-10 24,000 hour プレイ	
プレイヤー能力	ROI 50%	ROI 25%	5.2 bb/hour	2.6 bb/hour
平均収支	$1,250,000	$625,000	$1,250,000	$625,000
標準偏差	$898,000	$821,000	$85,200	$85,200
勝率	91.8%	77.7%	100.0%	100.0%

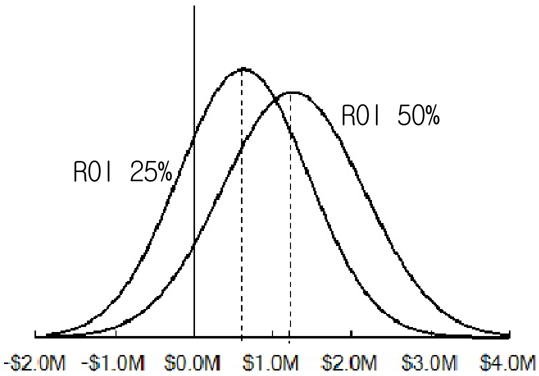

図 2　トーナメント 10 年間収支分布

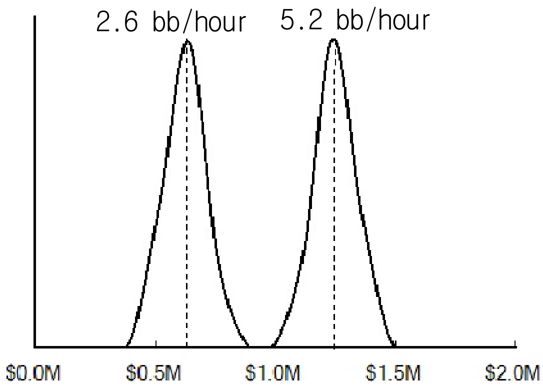

図 3　キャッシュゲーム 10 年間収支分布

5.　バンクロールマネージメント

ポーカーのライブトーナメントのみで安定した生活を送るためには、いくらのバンクロールが必要か？これには無粋な答えを返さざるを得ない。一生勝てなくとも生活できる金額が必要なのだ。言い換えれば、ライブトーナメントにおいて厳密なバンクロールマネージメントはそもそも不要である。他の収入源を確保し、余剰資金で行う他にないのだ。

分散が大きいことはむしろ喜ぶべきことと言える。リスクを背負ってこそ得られる栄光と大金、それこそがトーナメントの醍醐味であったはずだ。

なお、小額のトーナメントを数多くこなせるオンライントーナメントにおいては話は変わってくる。レーキバックシステムも含めると収支はかなり安定するため、上記試算方法でのバンクロールマネージメントが活かせると思われる。

6.　おわりに

トーナメントにおいて、出来るだけ多くの賞金を手に入れたいというのはごく自然な発想であろう。しかしながら多くのトーナメントシステムでは、優勝を目指すには賞金を犠牲にしなければならない

のが現状である。
　このすれ違いは、賞金期待値とチップ期待値の乖離から生じている。その代表的なものとして知られているのが ICM(Independent Chip Model)である。その特性は戦略を複雑にし ROI を大きく左右するため、数学好きのマニアにとっては興味深い題材ではあるが、一方でゲーム性を損なう面もあることは注意しておきたい。目指すは、優勝。口ではそう言いながら、多くのプレイヤーがそれに反したプレイを強いられているのだ。
　幸いなことに、シュートアウト形式のシステムを採用することでこのジレンマは解消できる。せめて大きなライブトーナメントには導入をすすめて欲しいと思う。
　ゲームとしてのポーカーを愛する筆者としては、願わくば、トーナメントは皆が平等に優勝を目指すものであって欲しい。同じ栄光を目指して競い合うからこそ、勝者に惜しみない祝福が与えられるのだ。

付表 1 トーナメント賞金の確率密度分布

参加人数　　　　　：500 人

バイイン　　　　　：100 万円

優勝率エッジ　　　：52%

ROI　　　　　　　：50%

標準偏差　　　　　：803 万円

順位	賞金率	賞金（万円）	確率
1	21.5%	10,750	0.30%
2	13.3%	6,647	0.30%
3	9.7%	4,856	0.30%
4	7.2%	3,600	0.30%
5	5.4%	2,707	0.30%
6	4.1%	2,065	0.30%
7	3.2%	1,598	0.30%
8	2.5%	1,254	0.30%
9	2.0%	998	0.30%
10	1.6%	805	0.30%
11	1.6%	805	0.30%
12	1.6%	805	0.30%
13	1.3%	658	0.30%
14	1.3%	658	0.30%
15	1.3%	658	0.30%
16	1.1%	545	0.30%
17	1.1%	545	0.30%
18	1.1%	545	0.30%
19	0.9%	458	0.30%
20	0.9%	458	0.30%
21	0.9%	458	0.30%
22	0.8%	389	0.30%
23	0.8%	389	0.29%
24	0.8%	389	0.29%
25	0.7%	335	0.29%
26	0.7%	335	0.29%
27	0.7%	335	0.29%
28	0.6%	293	0.29%
29	0.6%	293	0.29%
30	0.6%	293	0.29%
31	0.5%	259	0.29%
32	0.5%	259	0.29%
33	0.5%	259	0.29%
34	0.5%	232	0.29%
35	0.5%	232	0.29%
36	0.5%	232	0.29%
37	0.4%	210	0.29%
38	0.4%	210	0.29%
39	0.4%	210	0.29%
40	0.4%	210	0.29%
41	0.4%	210	0.29%
42	0.4%	210	0.29%
43	0.4%	210	0.29%
44	0.4%	210	0.29%
45	0.4%	210	0.29%
46	0.4%	192	0.29%
47	0.4%	192	0.28%
48	0.4%	192	0.28%
49	0.4%	192	0.28%
50	0.4%	192	0.28%
51	0.4%	192	0.28%
52	0.4%	192	0.28%
53	0.4%	192	0.28%
54	0.4%	192	0.28%
55-500	0.0%	0	83.90%

賞金率は 2012-13 WSOP Circuit Nine Handed Payout Percentages に準拠

付表 2　Risk of Ruin

勝率、勝ち額、負け額が一定である試行（以下、WL 試行とする）を繰り返す場合、破産リスクは以下で表されることが知られている。

$px^{\frac{W}{L}+1} - x + 1 - p = 0$　の解を S として

$S^{\frac{B}{L}+1} < \text{Risk of Ruin} \le S^{\frac{B}{L}}$

B　　　：バンクロール
p　　　：試行 1 回毎の勝率
W　　　：試行 1 回毎の勝ち額
L　　　：試行 1 回毎の負け額

トーナメントの収支に対しこれを適用するには、統計的性質を同等とするため、平均及び標準偏差が同値となるよう勝率、勝ち額、負け額を設定する。WL 試行一回での平均収支 v_{WL}、標準偏差 σ_{WL} は下記で表される。

$$v_{WL} = pW - (1-p)L$$

$${\sigma_{WL}}^2 = p(W-v)^2 + (1-p)(L-v)^2$$

トーナメントにおいて平均収支 v_{WL} は（バイイン額）×ROI で与えられる。標準偏差 σ_{WL} は 2 節で示したように賞金ストラクチャおよび ROI から導かれる。また、L はバイイン額そのものである。
これらの条件から p、W を求め、Risk of Ruin の式に適用することで求めるリスクを算出することができる。